

1.- DATOS DE LA ASIGNATURA

Nombre de la asignatura:	Álgebra Lineal
Carrera:	Todas las Carreras
Clave de la asignatura:	ACF-0903
(Créditos) SATCA ¹	3 - 2 - 5

2.- PRESENTACIÓN

Caracterización de la asignatura.

El álgebra lineal aporta, al perfil del ingeniero, la capacidad para desarrollar un pensamiento lógico, heurístico y algorítmico al modelar fenómenos de naturaleza lineal y resolver problemas. Muchos fenómenos de la naturaleza, que se presentan en la ingeniería, se pueden aproximar a través de un modelo lineal. Esta materia nos sirve para caracterizar estos fenómenos y convertirlos en un modelo lineal ya que es más sencillo de manejar, graficar y resolver que uno no lineal, de allí la importancia de estudiar álgebra lineal.

Esta asignatura proporciona al estudiante de ingeniería una herramienta para resolver problemas de aplicaciones de la vida ordinaria y de aplicaciones de la ingeniería.

Está diseñada para el logro de siete competencias específicas dirigidas a la aprehensión de los dominios: números complejos, matrices, determinantes, sistemas de ecuaciones lineales, espacios vectoriales, base y dimensión de un espacio vectorial y transformaciones lineales.

Esta materia proporciona además conceptos matemáticos que se aplicarán en ecuaciones diferenciales y en otras materias de especialidad.

Intención didáctica.

La asignatura pretende proporcionar al alumno los conceptos esenciales del álgebra lineal. Se organiza el temario en cinco unidades.

Primeramente se estudian los números complejos como una extensión de los números reales, tema ya abordado en otros cursos de matemáticas. Se propone iniciar con esta unidad para así utilizar los números complejos en el álgebra de matrices y el cálculo de determinantes. Además, el concepto de número complejo será retomado en el curso de ecuaciones diferenciales.

¹ Sistema de asignación y transferencia de créditos académicos

El estudio de Matrices y determinantes se propone como segunda unidad y previo a los sistemas de ecuaciones lineales con la finalidad de darle la suficiente importancia a las aplicaciones de las matrices, ya que prácticamente todos los problemas del álgebra lineal pueden enunciarse en términos de matrices.

Por la necesidad de que el alumno comprenda si una matriz tiene inversa, además del cálculo para obtenerla, se ha añadido antes del subtema Cálculo de la inversa de una matriz, los conceptos: Transformaciones elementales por renglón, escalonamiento de una matriz y rango de una matriz.

Es importante, para el estudiante, aprender el concepto de transformaciones elementales por renglón para desarrollar el escalonamiento de una matriz como método para obtener la inversa. Para determinar si una matriz tiene inversa o no, evitando el concepto de determinante en este momento, se aborda el concepto de rango como el número de renglones con al menos un elemento diferente de cero de cualquiera de sus matrices escalonadas.

Asimismo, se propone que al final de la unidad dos se estudien aplicaciones tales como análisis de redes, modelos económicos y gráficos. Es importante resaltar que lo analizado aquí se utilizará en unidades posteriores de esta asignatura como en la dependencia lineal de vectores y la representación de transformaciones lineales, y en otras asignaturas como en el cálculo del wronskiano para la dependencia lineal de funciones.

La tercera unidad, Sistemas de ecuaciones lineales, constituye una parte fundamental en esta asignatura por lo que la propuesta incluye el énfasis en el modelaje, representación gráfica y solución de problemas para las diferentes aplicaciones como intersección de rectas y planos, modelos económicos lineales, entre otros.

En la siguiente unidad se estudian los espacios vectoriales que se presentan en el temario de manera concisa, pero comprenden lo esencial de ellos. El temario de transformaciones lineales se presenta condensado haciendo énfasis en las aplicaciones y en la transformación lineal como una matriz.

Los contenidos presentados constituyen los elementos básicos indispensables.

Se proponen actividades de aprendizaje que permitan al alumno conocer el ambiente histórico que da origen a los conceptos del álgebra lineal, y a partir de ello extender el conocimiento.

Las actividades de aprendizaje recomendadas pretenden servir de ejemplo para el desarrollo de las competencias, mencionadas más adelante en este documento, y se propone adecuarlas a la especialidad y al contexto institucional.

3.- COMPETENCIAS A DESARROLLAR

Competencias específicas	Competencias genéricas
<p>Resolver problemas de aplicación e interpretar las soluciones utilizando matrices y sistemas de ecuaciones lineales para las diferentes áreas de la ingeniería.</p> <p>Identificar las propiedades de los espacios vectoriales y las transformaciones lineales para describirlos, resolver problemas y vincularlos con otras ramas de las matemáticas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Procesar e interpretar datos ● Representar e interpretar conceptos en diferentes formas: numérica, geométrica, algebraica, trascendente y verbal. ● Comunicarse en el lenguaje matemático en forma oral y escrita. ● Modelar matemáticamente fenómenos y situaciones. ● Pensamiento lógico, algorítmico, heurístico, analítico y sintético. ● Potenciar las habilidades para el uso de tecnologías de la información. ● Resolución de problemas. ● Analizar la factibilidad de las soluciones. ● Toma de decisiones. ● Reconocimiento de conceptos o principios generales e integradores. ● Establecer generalizaciones. ● Argumentar con contundencia y precisión. <p>Competencias instrumentales</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Capacidad de análisis y síntesis. ● Capacidad de organizar y planificar. ● Comunicación oral y escrita. ● Habilidades básicas de manejo de la computadora. ● Habilidad para buscar y analizar información proveniente de fuentes diversas. ● Solución de problemas. ● Toma de decisiones. <p>Competencias interpersonales</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Capacidad crítica y autocrítica. ● Trabajo en equipo.

	<p>Competencias sistémicas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica. • Habilidades de investigación. • Capacidad de aprender. • Capacidad de generar nuevas ideas. • Habilidad para trabajar en forma autónoma. • Búsqueda del logro.
--	--

4.- HISTORIA DEL PROGRAMA

Lugar y fecha de elaboración o revisión	Participantes	Observaciones (cambios y justificación)
Instituto Tecnológico de Matamoros, del 9 al 13 marzo de 2009.	Representantes de los Institutos Tecnológicos de: Apizaco, Chihuahua, Chihuahua II, Durango, El Salto, León, Matamoros, Mérida, Milpa Alta, Querétaro, San Luis Potosí, Saltillo, Santiago Papasquiaro.	Reunión Nacional de Diseño de Asignaturas Comunes para el Desarrollo de Competencias Profesionales de las Carreras del SNEST.
Instituto Tecnológico de Puebla, del 8 al 12 de junio del 2009.	Representantes de los Institutos Tecnológicos participantes en el diseño de asignaturas comunes para el desarrollo de competencias profesionales.	Reunión de Consolidación de Diseño e Innovación Curricular para el Desarrollo de Competencias Profesionales de Asignaturas Comunes del SNEST.

5.- OBJETIVO(S) GENERAL(ES) DEL CURSO (competencia específica a desarrollar en el curso)

- Resolver problemas de aplicación e interpretar las soluciones utilizando matrices y sistemas de ecuaciones lineales para las diferentes áreas de la ingeniería.
- Identificar las propiedades de los espacios vectoriales y las transformaciones lineales para describirlos, resolver problemas y vincularlos con otras ramas de las matemáticas.

6.- COMPETENCIAS PREVIAS

- Manejar el concepto de los números reales y su representación gráfica.
- Usar las operaciones con vectores en el plano y el espacio.
- Resolver ecuaciones cuadráticas.
- Emplear las funciones trigonométricas.
- Graficar rectas y planos.
- Obtener un modelo matemático de un enunciado.
- Utilizar software matemático.

7.- TEMARIO

Unidad	Temas	Subtemas
1	Números complejos.	1.1 Definición y origen de los números complejos. 1.2 Operaciones fundamentales con números complejos. 1.3 Potencias de "i", módulo o valor absoluto de un número complejo. 1.4 Forma polar y exponencial de un número complejo. 1.5 Teorema de De Moivre, potencias y extracción de raíces de un número complejo. 1.6 Ecuaciones polinómicas.
2	Matrices y determinantes.	2.1 Definición de matriz, notación y orden. 2.2 Operaciones con matrices. 2.3 Clasificación de las matrices. 2.4 Transformaciones elementales por renglón. Escalonamiento de una matriz. Rango de una matriz. 2.5 Cálculo de la inversa de una matriz. 2.6 Definición de determinante de una matriz. 2.7 Propiedades de los determinantes. 2.8 Inversa de una matriz cuadrada a través de la adjunta. 2.9 Aplicación de matrices y determinantes.

TEMARIO (continuación)

Unidad	Temas	Subtemas
3	Sistemas de ecuaciones Lineales.	<p>3.1 Definición de sistemas de ecuaciones lineales.</p> <p>3.2 Clasificación de los sistemas de ecuaciones lineales y tipos de solución.</p> <p>3.3 Interpretación geométrica de las soluciones.</p> <p>3.4 Métodos de solución de un sistema de ecuaciones lineales: Gauss, Gauss-Jordan, inversa de una matriz y regla de Cramer.</p> <p>3.5 Aplicaciones.</p>
4	Espacios vectoriales.	<p>4.1 Definición de espacio vectorial.</p> <p>4.2 Definición de subespacio vectorial y sus propiedades.</p> <p>4.3 Combinación lineal. Independencia lineal.</p> <p>4.4 Base y dimensión de un espacio vectorial, cambio de base.</p> <p>4.5 Espacio vectorial con producto interno y sus propiedades.</p> <p>4.6 Base ortonormal, proceso de ortonormalización de Gram-Schmidt.</p>
5	Transformaciones lineales.	<p>5.1 Introducción a las transformaciones lineales.</p> <p>5.2 Núcleo e imagen de una transformación lineal.</p> <p>5.3 La matriz de una transformación lineal.</p> <p>5.4 Aplicación de las transformaciones lineales: reflexión, dilatación, contracción y rotación.</p>

8.- SUGERENCIAS DIDÁCTICAS (desarrollo de competencias genéricas)

- Despertar la curiosidad de la investigación con biografías de personas que hicieron aportaciones a las matemáticas o problemas hipotéticos con el fin de acrecentar el sentido y la actitud crítica del estudiante.
- Utilizar software de matemáticas (Mathcad, Mathematica, Maple, Matlab) y calculadoras graficadoras para facilitar la comprensión de conceptos, la resolución de problemas, la construcción de gráficas y la interpretación de resultados.
- Desarrollar prácticas de tal manera que los estudiantes apliquen los conocimientos adquiridos y los relacionen con su carrera.
- Proponer problemas que:
 - Permitan al estudiante la integración de los contenidos, para su análisis y solución.
 - Refuercen la comprensión de conceptos que serán utilizados en materias posteriores.
 - Modelen y resuelvan situaciones reales de ingeniería mediante conceptos propios del álgebra lineal.
- Discutir en grupos para intercambiar ideas argumentadas así como analizar conceptos y definiciones.

9.- SUGERENCIAS DE EVALUACIÓN

La evaluación de la asignatura debe de ser continua y se debe considerar el desempeño en cada una de las actividades de aprendizaje, haciendo especial énfasis en obtener evidencias de aprendizaje como:

- Reportes escritos.
- Solución de ejercicios.
- Actividades de investigación.
- Elaboración de modelos o prototipos.
- Análisis y discusión grupal.
- Resolución de problemas con apoyo de software.
- Exámenes escritos para comprobar el manejo de aspectos teóricos y declarativos.

10.- UNIDADES DE APRENDIZAJE

Unidad 1: Números complejos.

Competencia específica a desarrollar	Actividades de Aprendizaje
<p>Manejar los números complejos y las diferentes formas de representarlos, así como las operaciones entre ellos para tener una base de conocimiento a utilizar en ecuaciones diferenciales y en diferentes aplicaciones de ingeniería.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Investigar el origen del término número imaginario. • Discutir el proceso de solución de una ecuación cuadrática que cumpla la condición $b^2 - 4ac < 0$ para introducir la definición de $i = \sqrt{-1}$. • Comprobar las soluciones de una ecuación cuadrática que cumpla la condición $b^2 - 4ac < 0$ para introducir las operaciones de suma y multiplicación de números complejos. • Reconocer que cualquier potencia de i^n se puede representar como $\pm i$ ó ± 1. • Graficar un mismo número complejo en la forma rectangular y su forma polar en el plano complejo para deducir las fórmulas de transformación entre diferentes formas de escribir números complejos. • Analizar la fórmula de Euler para convertir una exponencial compleja a la forma polar o a la rectangular. • Ejercitar las operaciones de suma, multiplicación y división con complejos representados en sus diferentes formas. • Analizar el teorema de De Moivre y aplicarlo a la potenciación y radicación de números complejos. • Resolver ecuaciones polinómicas con raíces complejas. • Utilizar software matemático para resolver operaciones con números complejos. • Resolver problemas de aplicación en ingeniería que involucren el uso de los números complejos.

Unidad 2: Matrices y determinantes.

Competencia específica a desarrollar	Actividades de Aprendizaje
<p>Manejar las matrices, sus propiedades y operaciones a fin de expresar conceptos y problemas mediante ellas, en los sistemas de ecuaciones lineales; así como en otras áreas de las matemáticas y de la ingeniería, para una mejor comprensión y una solución más eficiente.</p> <p>Utilizar el determinante y sus propiedades para probar la existencia y el cálculo de la inversa de una matriz.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Consensar en una lluvia de ideas el concepto de matriz y compararlo con una definición matemática. • Identificar cuándo dos matrices son conformables para la adición de matrices. • Calcular la de suma de matrices. • Identificar cuándo dos matrices son conformables para la multiplicación de matrices. • Calcular la multiplicación de una matriz por un escalar y el producto entre matrices. • Enunciar y ejemplificar las propiedades de las operaciones en matrices. • Investigar la definición de tipos de matrices cuadradas. Por ejemplo triangular superior, triangular inferior, diagonal, escalar, identidad, potencia, periódica, nilpotente, idempotente, involutiva, simétrica, antisimétrica, compleja, conjugada, hermitiana, antihermitiana, ortogonal. • Utilizar operaciones elementales por renglón para reducir una matriz a su forma de renglón escalonada. • Determinar el rango de matrices cuadradas. • Identificar matrices con inversa utilizando el concepto de rango. • Calcular la inversa de matrices utilizando el método forma escalonada reducida por renglones y comprobar que $A * A^{-1} = A^{-1} * A = I$. • Definir el determinante de una matriz de 2×2. • Calcular determinantes utilizando la regla de Sarrus. • Definir el concepto de menor y cofactor de una matriz. • Calcular menores y cofactores de una matriz. • Calcular determinantes de matrices de $n \times n$.

	<ul style="list-style-type: none"> • Reflexionar y elegir el renglón/columna adecuado para reducir el número de operaciones en el cálculo de un determinante. • Parafrasear las propiedades de los determinantes. • Establecer la relación entre el valor del determinante de una matriz con la existencia de la inversa de la misma. • Utilizar software matemático para el cálculo de la inversa de una matriz y determinantes. • Resolver problemas de aplicación de matrices y determinantes sobre modelos económicos, crecimiento poblacional, teoría de grafos, criptografía, entre otras.
--	---

Unidad 3: Sistemas de ecuaciones lineales.

Competencia específica a desarrollar	Actividades de Aprendizaje
<p>Modelar y resolver diferentes problemas de aplicaciones de sistemas de ecuaciones lineales en el área de las matemáticas y de la ingeniería por los métodos de Gauss, Gauss-Jordan, matriz inversa y regla de Cramer.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Graficar las ecuaciones de un sistema de de dos ecuaciones con dos incógnitas en un mismo plano e identificar el tipo de solución según la gráfica. • Clasificar las soluciones de sistemas de ecuaciones lineales homogéneos y no homogéneos. • Utilizar un graficador para visualizar geoméricamente y así interpretar las soluciones de sistemas de ecuaciones lineales. • Resolver sistemas de ecuaciones lineales por los métodos propuestos. • Analizar las características de un sistema de ecuaciones lineales y elegir el método de solución adecuado para resolverlo. • Utilizar software matemático para resolver problemas de sistemas de ecuaciones lineales. • Resolver problemas de aplicación en ingeniería de sistemas de ecuaciones lineales e interpretar su solución.

Unidad 4: Espacios vectoriales.

Competencia específica a desarrollar	Actividades de Aprendizaje
<p>Comprender el concepto de espacio vectorial como la estructura algebraica que generaliza y hace abstracción de operaciones que aparecen en diferentes áreas de la matemática mediante las propiedades de adición y multiplicación por un escalar.</p> <p>Construir, utilizando el álgebra de vectores, bases de un espacio vectorial y determinar la dimensión del espacio correspondiente.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Comprender el concepto de espacio vectorial. • Ejemplificar conjuntos de vectores que cumplan con los diez axiomas de espacio vectorial. • Establecer analogías entre los espacios y subespacios vectoriales con la notación de conjuntos y subconjuntos. • Identificar si un conjunto de vectores son o no subespacios vectoriales de un espacio vectorial. • Escribir vectores como combinación lineal de otros. • Determinar si un conjunto de vectores es linealmente independiente. • Utilizar los conceptos de matrices y determinantes para determinar la independencia lineal de un conjunto de vectores. • Identificar cuándo es que un conjunto genera un espacio vectorial. • Determinar si un conjunto de vectores forma una base para un espacio vectorial. • Graficar el espacio de solución de un sistema de ecuaciones lineales y establecer la relación entre la gráfica y la dimensión del espacio de solución. • Encontrar la matriz de cambio de la base canónica a otra base y la matriz de cambio de una base no canónica a otra cualquiera. • Comprobar la ortonormalidad de una base. • Utilizar el proceso de ortonormalización de Gram-Schmidt. • Utilizar software matemático para encontrar la matriz de transformación y realizar el proceso de ortonormalización de Gram-Schmidt.

Unidad 5: Transformaciones lineales.

Competencia específica a desarrollar	Actividades de Aprendizaje
<p>Aplicar las transformaciones lineales y sus propiedades para representarlas mediante una matriz de reflexión, dilatación, contracción y rotación.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Establecer una analogía entre la relación de convertir un vector de materias primas multiplicadas por una matriz de transformación a un vector de productos con la definición de transformación lineal. • Identificar cuándo una transformación es una transformación lineal. • Definir y obtener el núcleo y la imagen de una transformación lineal, así como la nulidad (dimensión del núcleo) y el rango (dimensión de la imagen). • Representar una transformación lineal como una matriz. • Encontrar matrices de transformación. • Utilizar software matemático para encontrar el núcleo y la imagen de una transformación lineal. • Resolver aplicaciones de transformaciones lineales de reflexión, dilatación, contracción y rotación.

11.- FUENTES DE INFORMACIÓN

1. Aguilar, Kubli Eduardo, "Asertividad", 1994 Árbol Editorial, S.A.
2. Lay, David C., *Álgebra lineal y sus aplicaciones*.-- 3a. ed. -- México : Pearson Educación, 2006.
3. Anton, Howard , *Introducción al álgebra lineal*.-- 4a.ed.-- México : Limusa, 2008.
4. Grossman, Stanley I. , *Álgebra lineal*.-- 6a. Ed.-- México : McGraw-Hill, 2008.
5. Gerber, Harvey , *Álgebra lineal*.-- México : Iberoamericana, 1992.
6. Williams, Gareth , *Álgebra lineal con aplicaciones*.-- 4a. ed. -- México : McGraw-Hill, 2007.
7. Solar González, Eduardo / *Apuntes de álgebra lineal*.-- 3a. Ed.-- México : Limusa, 2006.
8. Bru, Rafael , *Álgebra lineal*.-- Colombia : Alfaomega, 2001.
9. Kolman, Bernard , *Álgebra lineal con aplicaciones y Matlab*.-- 8a. Ed.-- México : Pearson Educación, 2006.
10. Zegarra, Luis A. , *Álgebra lineal*.-- Chile : McGraw-Hill, 2001.
11. Poole, David , *Álgebra lineal*.-- 2a. ed. -- México : Thomson, 2007.
12. Nicholson, W. Keith, *Álgebra lineal con aplicaciones*.-- 4a. Ed.-- España : McGraw-Hill, 2003.

12.- PRÁCTICAS PROPUESTAS

- Utilizar software matemático para comprobar operaciones de suma, multiplicación, división, exponenciación y radicación con números complejos.
- Utilizar software matemático para realizar operaciones con matrices, calcular de la inversa de una matriz y obtener el determinante.
- Mediante el uso de un software matemático resolver problemas de aplicación de sistemas de ecuaciones lineales y, a través de la graficación, comprobar la solución del sistema o mostrar que el sistema no tiene solución.
- Utilizar software matemático para encontrar la matriz de transformación y representar un vector de una base a otra y realizar el proceso de ortonormalización de Gram-Schmidt.
- Utilizar software matemático para resolver problemas de aplicaciones de las transformaciones lineales.
- Aplicar modelos lineales en la solución de problemas de ingeniería.